

POSLOUPNOSTI

1)

Posloupnost tvoří sedmnáct po sobě jdoucích přirozených lichých čísel seřazených vzestupně od nejmenšího k největšímu. Prostřední člen a_9 je číslo 23.
O každém z následujících tvrzení rozhodněte, je-li **pravdivé** (Ano), nebo **nepravdivé** (Ne).

1. Rozdíl mezi dvěma sousedními členy je 1.
2. $a_{12} = 29$
3. Všechny členy jsou větší než 5.
4. Součet čtyř nejmenších členů je 40.

2)

Zdeněk si potřebuje půjčit částku 15 000 Kč. Dohodne se s věřitelem, že mu dluh splátá během roku v pěti pravidelných splátkách po 3 000 Kč. Ke každé splátce má navíc připla 5 % aktuálního dluhu. (Tedy při první splátce je to 5 % z 15 000 Kč, při poslední už jen 5 % ze 3 000 Kč.)

Kolik korun celkem připlatí Zdeněk k dlužné částce?

- A) 2070 Kč
- B) 2250 Kč
- C) 2750 Kč
- D) 3750 Kč
- E) jinou částku

3)

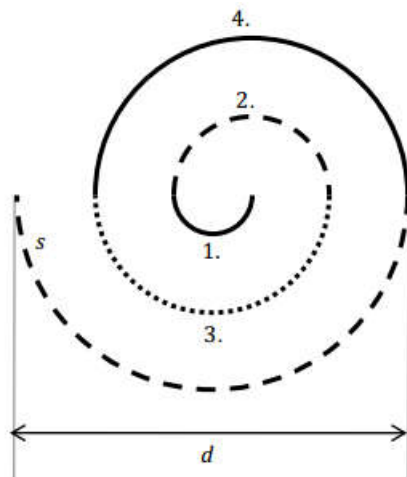
Čtveřice a_1, a_2, a_3, a_4 , kde $a_2 = -20, a_3 = 10$, představuje čtyři po sobě jdoucí členy **aritmetické** posloupnosti, čtveřice g_1, g_2, g_3, g_4 , kde $g_2 = -10, g_3 = 20$, čtyři po sobě jdoucí členy **geometrické** posloupnosti.

22.1	a_1	_____
22.2	a_4	_____
22.3	g_1	_____
22.4	g_4	_____

Přiřaďte uvedeným členům (22.1–22.4) odpovídající hodnoty (A–F):

- A) -50
- B) -40
- C) -10
- D) 5
- E) 40
- F) 50

4)



V zámecké dlažbě byla vytvořena spirála, jejíž část je znázorněna na obrázku. Spirála je složena z 15 navazujících různobarevných půlkružnic. Délka první půlkružnice je $a_1 = 22$ dm a každá následující půlkružnice je o 22 dm delší.

Vypočtete délku a_3 třetí půlkružnice.

Uvedte v metrech délku s celé spirály. (Na obrázku je zobrazena pouze část spirály.)

Poslední půlkružnice spirály měří 33 m.

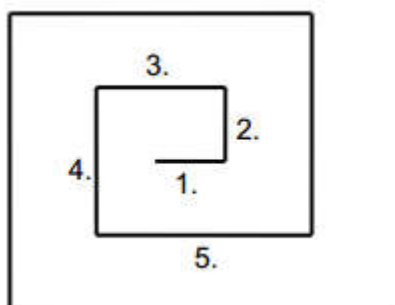
Uvedte v celých metrech průměr d této půlkružnice. (Na obrázku je zobrazena pouze část spirály.)

5)

U každé z následující čtveřice čísel určete, tvoří-li geometrickou posloupnost (ANO), či nikoli (NE):

	A	N
(4; 2; -2; -4)	☐	☐
(1; 4; 16; 64)	☐	☐
(8; -4; 2; -1)	☐	☐
(0; 4; 8; 12)	☐	☐

6)



Na výstavišti se konal veletrh květin. V prostorách výstaviště byla vysázena květinová „lomená spirála“, jejíž část je znázorněna na plánu. Je složena z 10 rovných úseků. V prvním úseku uprostřed plochy jsou umístěny 4 květiny, každý následující úsek má o další 3 květiny více než předchozí (do rohů se květiny nedávají).

Vypočtete počet květin umístěných v šestém úseku.

Kolik květin je v celé spirále?

7)

V aritmetické posloupnosti je $a_9 - a_8 = 20$, dále je $a_{10} = 100$.

Rozhodněte o každém z následujících tvrzení, zda je pravdivé (ANO), či nikoli (NE):

	A	N
$a_{10} - a_9 = 30$	☐	☐
$a_8 - a_7 = 10$	☐	☐
diference $d = 20$	☐	☐
$a_5 = 0$	☐	☐

8)

Aritmetická posloupnost obsahuje 50 členů, z nichž první tři jsou -140; -132; -124 a poslední tři 236; 244; 252.

Vypočtete dvacátý člen posloupnosti.

Vypočtete součet všech 50 členů posloupnosti:

$$-140 + (-132) + (-124) + \dots + 236 + 244 + 252 =$$

Určete, kolikátým členem posloupnosti je číslo 100.

9)

Vzorec pro n -tý člen posloupnosti, kde $n \in \mathbb{N}$, je: **Vypočtete rozdíl:**

$$a_n = 5n - 3$$

$$a_{n+1} - a_n =$$

Vypočtete, kolikátý člen posloupnosti je jedenáctkrát větší než druhý člen, tj. $a_n = 11a_2$.

10)

První dva členy aritmetické posloupnosti jsou $a_1 = 57$; $a_2 = 54$.

Vypočtete padesátý člen posloupnosti (a_{50}).

Vypočtete součet prvních padesáti členů posloupnosti (s_{50}).

Kolik prvních členů posloupnosti je třeba sečíst, aby byl součet co největší?

11)

Je dán třicátý člen aritmetické posloupnosti $a_{30} = 100$ a difference $d = 3$.

Kolikátým členem posloupnosti je číslo 280?

- A) 60. členem
- B) 90. členem
- C) 120. členem
- D) 180. členem
- E) členem s jiným pořadím

12)

V aritmetické posloupnosti je první člen $a_1 = 1$ a součet prvních čtyřiceti členů $s_{40} = 1\,600$.

Vypočtete čtyřicátý člen a_{40} této posloupnosti.

13)

Čtvrtým a šestým členem aritmetické posloupnosti jsou čísla $\frac{11}{3}$ a $\frac{7}{3}$.

Vypočtete pátý člen této posloupnosti.

14)

V geometrické posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ platí

$$a_2 = 2$$

$$a_2 \cdot a_3 = 6$$

Které z následujících tvrzení je nepravdivé?

A) $a_1 = \frac{4}{3}$

B) $a_1 q = 2$

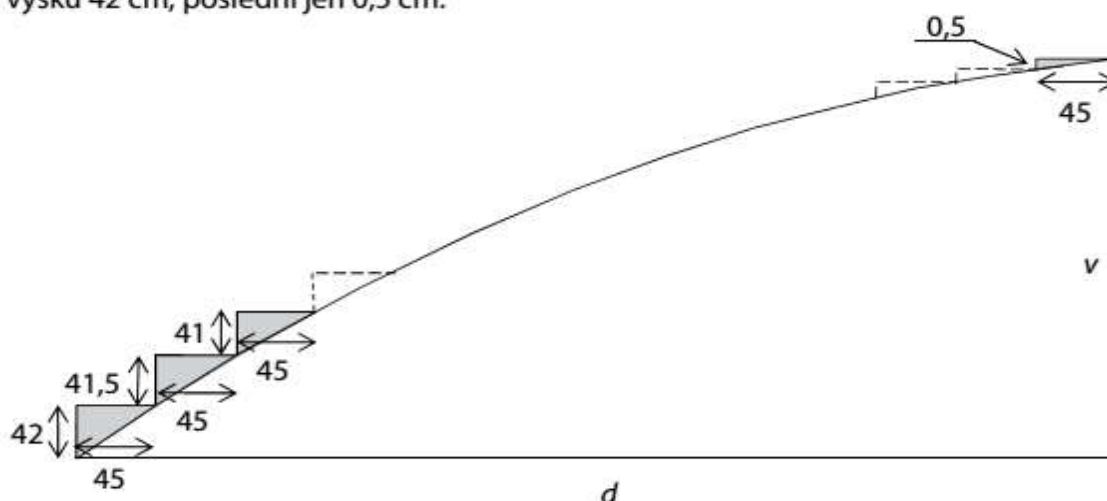
C) $a_2 q = 3$

D) $a_3 = 3$

E) $\frac{a_3}{q} = \frac{3}{4}$

15)

V Kocourkově postavili schodiště na Kocouří vyhlídku. Všechny schody mají šířku 45 cm. Nejvyšší je první schod, každý následující schod je o 0,5 cm nižší. První schod má výšku 42 cm, poslední jen 0,5 cm.



Rozměry v obrázku jsou uvedeny v centimetrech.

Vypočtete v centimetrech, jakou vodorovnou vzdálenost d překonává schodiště na Kocouří vyhlídce.

Vypočtete v centimetrech výšku v celého schodiště na Kocouří vyhlídce.

16)

Druhý a třetí člen **geometrické posloupnosti** je $a_2 = 12$, $a_3 = 18$.

Jaký je součet prvních čtyř členů této posloupnosti ($a_1 + a_2 + a_3 + a_4$)?

- A) 60
- B) 64
- C) 65
- D) 72
- E) jiný součet

17)

V geometrické posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ platí:

$$\frac{a_2}{4} = \frac{1}{2} = \frac{4}{a_3}$$

Jaký je kvocient posloupnosti?

- A) $\frac{1}{8}$
- B) $\frac{1}{2}$
- C) 2
- D) 4
- E) 6

18)

Přiřadte k prvním dvěma členům každé z uvedených posloupností (26.1–26.3) následující člen (A–E).

Aritmetická posloupnost: $-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}$ _____

Aritmetická posloupnost: $\frac{1}{6}; \frac{2}{3}$ _____

Geometrická posloupnost: $\frac{1}{6}; \frac{2}{3}$ _____

A) $\frac{3}{2}$

B) $\frac{5}{2}$

C) $\frac{8}{3}$

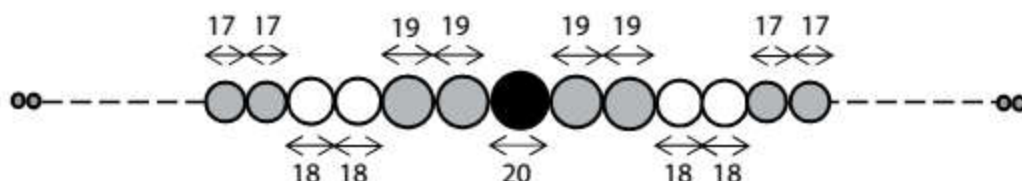
D) $\frac{2}{3}$

E) $\frac{7}{6}$

19)

Na rovném drátě je navlečeno celkem **61** korálků tvaru koule.

Uprostřed řady je největší korálek s průměrem 20 mm. Vedle něj jsou z každé strany dva korálky s průměrem 19 mm, potom dva korálky s průměrem 18 mm, dále dva korálky s průměrem 17 mm atd. V každé následující dvojici se průměr korálků o 1 mm zmenší. Mezi korálky nejsou žádné mezery.



Rozměry uvedené v obrázku jsou v milimetrech.

Jak dlouhá je řada korálků?

- A) kratší než 720 mm
- B) 730 mm
- C) 740 mm
- D) 750 mm
- E) delší než 750 mm

20)

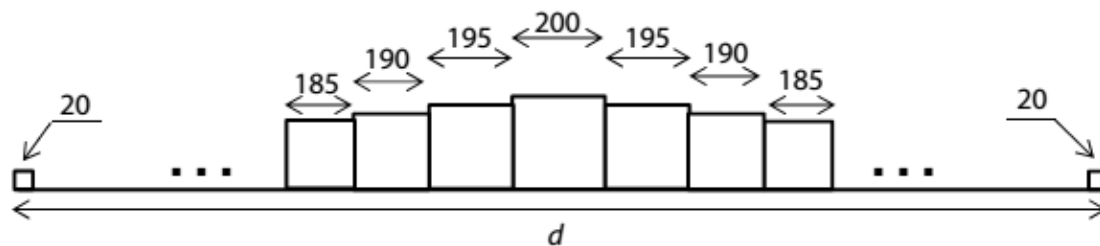
První tři po sobě jdoucí členy posloupnosti jsou $a_1 = 36$, $a_2 = 12$, $a_3 = 4$.

Který vzorec pro n -tý člen posloupnosti je možné pro tyto členy použít?

- A) $a_n = 36 + 24^{-n}$
- B) $a_n = 52 - 16n$
- C) $a_n = 60 - 24n$
- D) $a_n = 108 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n$
- E) $a_n = 36 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n$

21)

Kocourkovská zeď je sestavena z krychlí. Uprostřed je největší krychle s hranou délky 200 cm. Vpravo i vlevo od ní se souměrně přidávají další krychle, jejichž hrany se postupně zkracují o 5 cm. Zeď má na obou koncích nejmenší krychle s hranou délky 20 cm.



Rozměry v obrázku jsou uvedeny v centimetrech.

Jak dlouhá je zeď?

- A) $d = 80,3$ m
- B) $d = 79,4$ m
- C) $d = 79$ m
- D) $d = 78,6$ m
- E) $d < 78,6$ m

22)

V geometrické posloupnosti s kladnými členy platí:

$$a_2 = \frac{81}{2}; a_4 = \frac{1}{2}$$

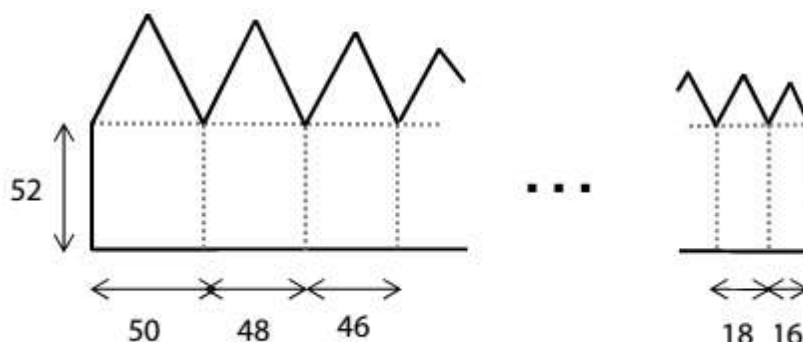
Do kterého z uvedených intervalů patří třetí člen a_3 posloupnosti?

- A) $\langle 1; 4 \rangle$
- B) $\langle 4; 8 \rangle$
- C) $\langle 8; 16 \rangle$
- D) $\langle 16; 32 \rangle$
- E) $\langle 32; 40 \rangle$

23)

Souvislý rovinný obrazec se skládá z několika „domečků“ tvořených vždy obdélníkem a rovnostranným trojúhelníkem.

Šířka prvního obdélníku je 50 cm, každý následující obdélník je o 2 cm užší. Poslední obdélník má šířku 16 cm. Všechny obdélníky mají délku 52 cm.



Rozměry v obrázku jsou uvedeny v cm.

Jaký je obvod celého obrazce?

- A) 1 688 cm
- B) 1 735 cm
- C) 1 784 cm
- D) 1 886 cm
- E) jiný obvod

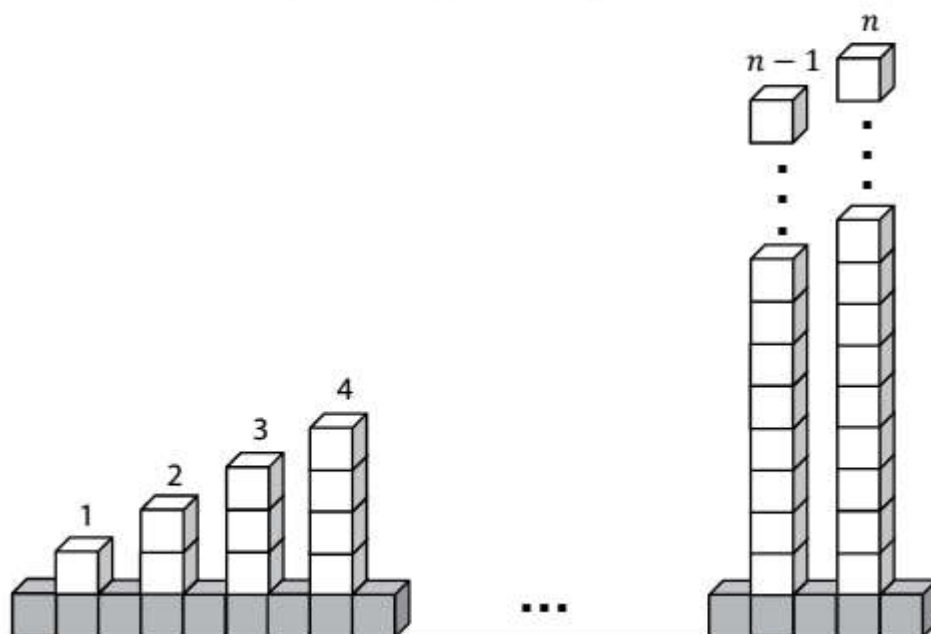
24)

Kocourkovští postavili plot ze stejně velkých tmavých a světlých krychlí.

Ve spodní řadě plotu umístili tmavé krychle těsně vedle sebe.

Na každé druhé tmavé krychli pak postavili sloupek ze světlých krychlí. Nejnižší je první sloupek s jednou světlou krychlí. Každý následující sloupek je vždy o jednu krychli vyšší. Nejvyšší sloupek tvoří n světlých krychlí.

Plot je zakončen tmavou krychlí za nejvyšším sloupkem.



Vyjádřete počet tmavých krychlí v závislosti na veličině n , kde $n \in \mathbb{N}$.

Určete počet všech krychlí (tmavých i světlých) použitých na stavbu plotu pro $n = 99$.

25)

V geometrické posloupnosti platí:

$$q = -2$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 15,4$$

Do kterého z uvedených intervalů patří první člen a_1 posloupnosti?

A) $(-8; 0)$

B) $(0; 2)$

C) $(2; 4)$

D) $(4; 8)$

E) do žádného z uvedených

26)

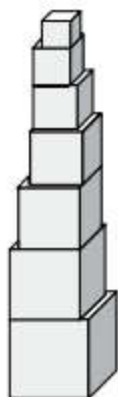
V aritmetické posloupnosti platí:

$$a_n = \frac{5 - 10n}{0,4}, \text{ kde } n \in \mathbb{N}$$

Jaká je diference posloupnosti?

- A) 12,5
- B) 5
- C) -5
- D) -12,5
- E) -25

27)



V Kocourkově postavili televizní věž ze samých krychlí.

Dole je největší krychle s délkou hrany 6 m
a každá následující krychle má hranu o 5 cm kratší.
Hrana nejmenší krychle měří 3,5 m.

Každé dvě sousední krychle mají jeden společný vrchol.
Při pohledu shora žádná z krychlí nepřečnívá přes níže
položenou krychli.

Vypočtěte výšku televizní věže.

Výsledek uveďte v metrech a nezaokrouhľte.

Vypočtěte v m² obsah všech nezakrytých vodorovných ploch televizní věže
(včetně horní stěny nejmenší krychle).

28)

Čtveřice a_1, a_2, a_3, a_4 představuje čtyři po sobě jdoucí členy **aritmetické** posloupnosti. Platí: $a_1 = 1, a_4 = -8$.

Čtveřice g_1, g_2, g_3, g_4 představuje čtyři po sobě jdoucí členy **geometrické** posloupnosti. Platí: $g_1 = 1, g_4 = -8$.

Které z následujících tvrzení je nepravdivé?

- A) $g_1 > g_2$
- B) $g_3 > g_4$
- C) $a_2 = g_2$
- D) $a_3 = g_3$
- E) $a_1 > a_2 > a_3 > a_4$

29)

Přiřaďte ke každé posloupnosti (25.1–25.4) její druhý člen a_2 (A–F).

Aritmetická posloupnost: $a_1 = \frac{21}{2}$; $a_6 = -7$ _____

Aritmetická posloupnost: $a_1 = 12$; $s_4 = 0$ _____

Geometrická posloupnost: $a_1 = 8$; $a_4 = -1$ _____

Geometrická posloupnost: $q = -\frac{1}{2}$; $s_3 = -12$ _____

A) $a_2 = 4$

B) $a_2 = 5$

C) $a_2 = 6$

D) $a_2 = 7$

E) $a_2 = 8$

F) jiná hodnota a_2

30)

Uvažujme všechna po sobě jdoucí **lichá** čísla od 35 do 135 (včetně obou uvedených čísel).

Určete jejich počet.

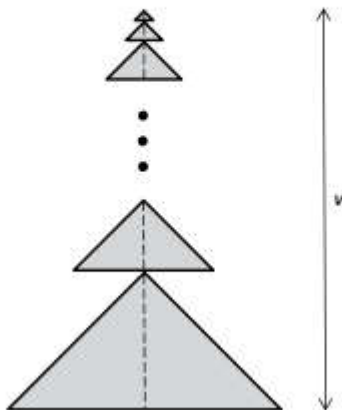
Určete jejich součet.

$35 + 37 + \dots + 135 =$

31)

Fiktivní obrazec je sestaven z podobných rovnoramenných trojúhelníků. Sousední trojúhelníky mají vždy jeden společný bod a jejich výšky na základnu leží na téže přímce.

Nejmenší trojúhelník má délku základny 2 cm a velikost výšky na základnu 1 cm. Každý další trojúhelník má uvedené rozměry dvakrát větší než předchozí trojúhelník.



Obrazec obsahuje 6 trojúhelníků.

Vypočtete v cm^2 obsah největšího trojúhelníku.

Obrazec obsahuje 18 trojúhelníků.

Vypočtete v cm výšku v celého obrazce.