

KOMBINATORIKA

1)

Vypočtete aritmetický průměr čísel:

$$\frac{100! - 2 \cdot 99!}{99!} \quad \text{a} \quad \frac{100! + 101!}{100!}$$

2)

Vypočtete:

$$\frac{100!}{99!} + 100 \cdot \frac{99!}{100!} =$$

3)

Pro každé $n \in \{2; 3; 4; \dots\}$ je rozdíl $\binom{n+1}{2} - \binom{n}{2}$ roven:

- A) $\binom{n}{2}$
- B) $\frac{n}{2}$
- C) 2
- D) n
- E) $2n$

4)

Je dána rovnice s neznámou $n \in \mathbf{N}$:

$$\frac{80!}{9!} + \frac{80!}{10!} = \frac{n \cdot 80!}{10!}$$

Jaké je řešení rovnice?

- A) 11
- B) 10
- C) 9
- D) 8
- E) jiné řešení

5)

$$A = 1\,000! \cdot 3!$$

$$B = 999! \cdot 5!$$

Kolikrát je číslo A větší než číslo B?

- A) méně než 10krát
- B) 10krát
- C) 20krát
- D) 50krát
- E) více než 50krát

6)

V kódu je na prvním místě jedno z písmen *A, B, C* nebo *D*. Na dalších dvou pozicích je libovolné dvojčíferné číslo od 11 do 45. (Existují např. kódy *B22, A45* apod.)

Určete počet všech takto vytvořených kódů.

7)

Cesta prochází několika křižovatkami. Na každé křižovatce je možné zahnout doleva (*L*), doprava (*P*), nebo pokračovat v přímém směru (*S*). Průjezd **dvěma** křižovatkami je možné zapsat dvojicí znaků, např. *PP, SL* apod.

Kolika způsoby může auto projet dvěma křižovatkami?

- A) 9
- B) 8
- C) 6
- D) 5
- E) 4

8)

Pětimístné slovo je možné poskládat ze dvou čárek a tří teček, například

• — •• nebo • — •• — apod.

Kolik takových různých slov existuje?

- A) 10
- B) 20
- C) $\frac{5!}{2!}$
- D) $2^2 \cdot 3^3$
- E) jiný počet

9)

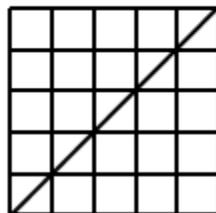
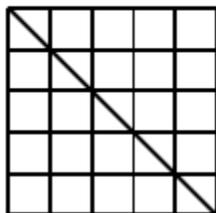
Vláda si vylosuje jednu otázku ze skupiny 10 otázek a dále dvojici otázek z jiné skupiny 20 otázek.

Kolik různých trojic otázek je ve hře?

- A) 4 600
- B) 4 000
- C) 3 800
- D) 1 900
- E) jiný počet

10)

Na šachovnici, která má 5 x 5 polí, je vyznačena hlavní a vedlejší diagonála.



Kolika způsoby je možné na polích šachovnice rozmístit tři stejné figury tak, aby byly všechny tři na hlavní, nebo všechny tři na vedlejší diagonále?

- A) 16
- B) 20
- C) 30
- D) 32
- E) 33

11)

Frontu na lístky tvoří čtyři dívky a šest chlapců.

Kolika různými způsoby se mohou osoby ve frontě seřadit?

- A) $10!$
- B) $4! + 6!$
- C) $4 \cdot 6$
- D) $4! \cdot 6!$
- E) $(4 \cdot 6)!$

12)

Pětimístný kód obsahuje pět **různých** číslic, na prvním místě je číslice **8** a na posledním místě číslice **5**. (Zadání vyhovuje např. kód 80415.)

Kolik různých kódů vyhovuje popisu?

- A) méně než 336
- B) 336
- C) 512
- D) 720
- E) více než 720

13)

Učitel má nominovat 4 chlapce ze třídy do smíšeného volejbalového týmu. Ve třídě je včetně Petra 14 chlapců. Jedním z členů týmu bude Petr a ostatní chlapci se vyberou losem.

Kolik různých týmů je možné za těchto podmínek sestavit?

- A) $\binom{14}{3}$
- B) $\binom{13}{3}$
- C) $1 + 13 + 12 + 11$
- D) $13 \cdot 12 \cdot 11$
- E) jiný počet

14)

Trenér vybírá z 5 děvčat a 4 chlapců šestičlennou skupinu, v níž budou 3 dívky a 3 chlapci.

Kolika způsoby lze šestičlennou skupinu za těchto podmínek sestavit?

- A) 16
- B) 20
- C) 40
- D) 180
- E) jiným počtem

15)

Čtyřmístný kód má na prvních třech místech tři **různé nenulové** číslice a na čtvrtém místě **nejmenší z těchto** tří číslic (např. 5282, 7565, 5211 apod.).

Kolik různých kódů vyhovuje popisu?

- A) méně než 504
- B) 504
- C) 512
- D) 720
- E) více než 720

16)

Ze skupiny 10 dětí se vybírá **tříčlenná** skupina. Mezi dětmi je jediný Adam a jediná Bohunka. Vybraná skupina musí splňovat ještě některou z dalších stanovených podmínek.

- 25 Pro každou z následujících podmínek (25.1–25.4) určete, kolika způsoby (A–F) je možné tříčlennou skupinu vybrat.**
- | | | | |
|------|---|-------|-----------------|
| 25.1 | Ve skupině <u>není</u> Adam ani Bohunka. | _____ | A) 28 |
| 25.2 | Ve skupině je Adam i Bohunka. | _____ | B) 36 |
| 25.3 | Ve skupině je Adam, ale <u>není</u> v ní Bohunka. | _____ | C) 56 |
| 25.4 | Ve skupině je Adam. | _____ | D) 72 |
| | | | E) 336 |
| | | | F) jiným počtem |

17)

Osm spolužáků (Adam, Bára, Cyril, Dan, Eva, Filip, Gábina a Hana) se má seřadit za sebou tak, aby Eva byla první a Dan předposlední.

Kolika způsoby se mohou spolužáci seřadit?

- A) 5 040
- B) 2 880
- C) 1 440
- D) 720
- E) jiným počtem

18)

Trojčiferné číslo má splňovat následující podmínky: V dekadickém zápise je na místě stovek sudá číslice, na místě desítek lichá číslice a na místě jednotek libovolná číslice, která nebyla použita na předchozích místech. (Vyhovují např. čísla 492, 430, 813.)

Určete počet všech čísel, která splňují dané podmínky.

19)

Čtyřciferné přirozené číslo se má sestavit ze čtyř **různých** číslic. Na prvním místě má být číslice 2 a na místě desítek lichá číslice.

(Daným podmínkám vyhovují například čísla 2 430 a 2 793.)

Kolik různých čísel je možné uvedeným způsobem sestavit?

- A) 21
- B) 240
- C) 280
- D) 360
- E) jiný počet

20)

V divadle se do první řady posadí 12 osob, 3 místa v této řadě zůstanou volná.

Kolika způsoby by mohla být rozmístěna volná místa v první řadě?

- A) 220
- B) 455
- C) 1 320
- D) 2 730
- E) jiným počtem