Státní maturita 2011
Maturitní testy a zadání jaro 2011
Matematika: didaktický test - základní úroveň obtížnosti
MAMZD11C0T02
řešené příklady

Autor řešení: Jitka Vachtová

10. srpna 2011

http://www.vachtova.cz/

Obsah

1 Úloha 1

max. 2 body

Pro $c \neq 0$ a $c \neq 1$ upravte na co nejjednodušší tvar:
$\frac{3}{c-1} - \frac{3}{c^2-c} =$
[novamaturita.cz]

Řešení

$\frac{3}{c-1} - \frac{3}{c^2-c} = \frac{3}{c-1} - \frac{3}{c\cdot(c-1)} = \frac{3c-3}{c\cdot(c-1)} = \frac{3(c-1)}{c\cdot(c-1)} = \frac{3}{c}$

2 Úloha 2

max. 1 bod

Pro $a > 0$ upravte na co nejjednodušší tvar:
$\frac{a^3}{2^2} - \left(\frac{2}{a}\right)^{-3} =$
[novamaturita.cz]

Řešení

$\frac{a^3}{2^2} - \left(\frac{2}{a}\right)^{-3} = \frac{a^3}{2^2} - \left(\frac{a}{2}\right)^3 = \frac{a^3}{2^2} - \frac{a^3}{2^3} = \frac{2a^3-a^3}{2^3} = \frac{a^3}{2^3} = \left(\frac{a}{2}\right)^3 = \frac{a^3}{8}$

3 Úloha 3

max. 1 bod

Pro $d \geqq 0$ upravte na co nejjednodušší tvar:
$\sqrt{2d^3} \cdot \sqrt{18d} =$
[novamaturita.cz]

Řešení

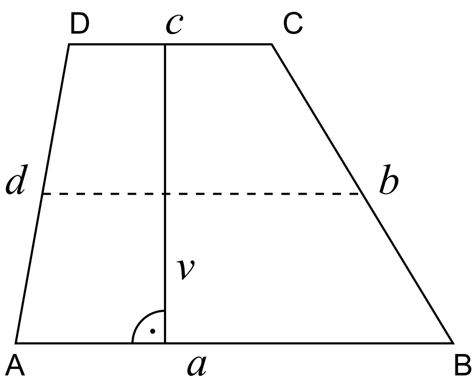
$\sqrt{2d^3} \cdot \sqrt{18d} = \sqrt{2d^3 18d} = \sqrt{36d^4} = 6d^2$

4 Úloha 4

max. 2 body

Délky základen lichoběžníku jsou $a = 4,2 \cdot 10^8$ metrů, $c = 8 \cdot 10^7$ metrů, výška v má velikost $4,8 \cdot 10^5$ metrů.
Určete obsah plochy lichoběžníku.
[novamaturita.cz]

Řešení



$S = \frac{a+c}{2} \cdot v$

$S = \frac{4,2 \cdot 10^8 + 8 \cdot 10^7}{2} \cdot 4,8 \cdot 10^5 = \frac{10^7 \cdot (4,2 \cdot 10 + 8)}{2} \cdot 4,8 \cdot 10^5 = \frac{10^7 \cdot (4,2 \cdot 10 + 8) \cdot 4,8 \cdot 10^5}{2} = 10^{12} \cdot (42 + 8) \cdot 2,4 = 10^{12} \cdot 50 \cdot 2,4 = 120 \cdot 10^{12} = 1,2 \cdot 10^{14}\,\mathrm{m}^2$

5 Úloha 5

max. 1 bod

Určete neznámé číslo k, jestliže platí:
$100! = k \cdot 98!$
[novamaturita.cz]

Řešení

$$\begin{aligned} 100! &= k \cdot 98! \\ \frac{100!}{98!} &= k \\ \frac{100 \cdot 99 \cdot 98!}{98!} &= k \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
k &= 100 \cdot 99 \\
k &= 9900
\end{aligned}
$$

6 Úloha 6

max. 1 bod

Určete neznámé číslo m, jestliže platí:
$m! \cdot 2^8 = 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 12 \cdot 14 \cdot 16$
[novamaturita.cz]

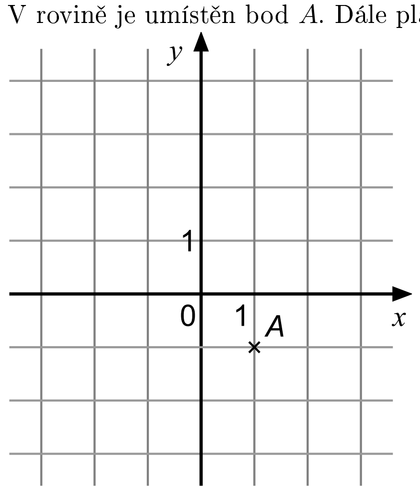
Řešení

$$
\begin{aligned}
m! \cdot 2^8 &= 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 12 \cdot 14 \cdot 16 \\
m! \cdot 2^8 &= (2 \cdot 1) \cdot (2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 4) \cdot (2 \cdot 5) \cdot (2 \cdot 6) \cdot (2 \cdot 7) \cdot (2 \cdot 8) \\
m! \cdot 2^8 &= 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 8 \\
m! \cdot 2^8 &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \\
m! \cdot 2^8 &= 2^8 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \\
m! &= 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \\
m! &= 8! \\
m &= 8
\end{aligned}
$$

7 Úloha 7

max. 3 body

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7
V rovině je umístěn bod A. Dále platí $\overrightarrow{AB} = \vec{v} = (-3, 4)$.



(CERMAT)

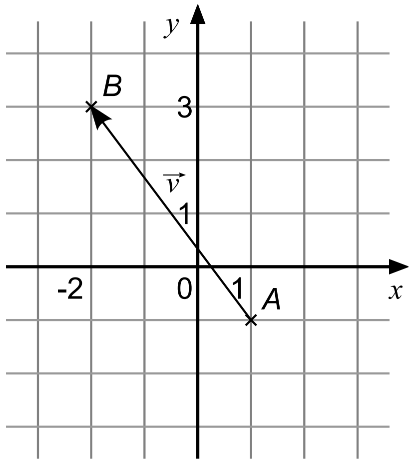
1. Zakreslete vektor $\vec{v}$.

2. Popište souřadnicemi koncový bod $B\,[x; y]$ orintované úsečky $\overrightarrow{AB}$.

[novamaturita.cz]

Řešení

1. Zakreslete vektor $\overrightarrow{v}$.



   Vektor $\overrightarrow{v} = (-3, 4)$ vlastně znamená, že "půjdu" z bodu A 3 kroky po x-ové souřadnici směrem vlevo (záporné znaménko) a pak 4 kroky po y-ové souřadnici směrem nahoru (kladné znaménko), a tak se dostanu do bodu B.

2. Popište souřadnicemi koncový bod $B\,[x; y]$ orintované úsečky $\overrightarrow{AB}$.

   Bod B má souřadnice $B\,[-2; 3]$.

   Šlo by je vypočátat následujícím vztahem:

   $\overrightarrow{AB} = B - A$

   $\overrightarrow{AB} + A = B$

   $B = A + \overrightarrow{AB}$ (neboli bod B dostáváme tak, že k bodu A přičteme vektor $\overrightarrow{AB}$.)

   $B = [1; -1] + (-3, 4) = [1 - 3; -1 + 4] = [-2; 3]$

8 Úloha 8

max. 2 body

V oboru $\mathbb{R}$ řešte:
$x(x-2) + (x-2)(x+2) = 0$
[novamaturita.cz]

Řešení

1. Rozkladem na součin

$$\begin{aligned} x(x-2) + (x-2)(x+2) &= 0 \\ (x-2)(x+x+2) &= 0 \\ (x-2)(2x+2) &= 0 \\ 2(x-2)(x+1) &= 0 \end{aligned}$$

   Součin je roven nule, když $x - 2 = 0$ nebo $x + 1 = 0$.

   $x_1 = 2$

   $x_1 = -1$

2. Pomocí diskriminantu

$$\begin{aligned} x(x-2)+(x-2)(x+2) &= 0 \\ x^2-2x+x^2-4 &= 0 \\ 2x^2-2x-4 &= 0 \\ x^2-x-2 &= 0 \end{aligned}$$

$a = 1$

$b = -1$

$c = -2$

$D = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 1 + 8 = 9$

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{9}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm 3}{2}$

$x_1 = 2$

$x_1 = -1$

9 Úloha 9

max. 1 bod

Pro $x \in \mathbb{R}$ řešte nerovnici $2x - 1 < -3$ a výsledek zapište intervalem.
[novamaturita.cz]

Řešení

$$\begin{aligned} 2x-1 &< -3 \\ 2x &< -3+1 \\ 2x &< -2 \,|:2 \\ x &< -1 \end{aligned}$$

$x \in (-\infty; -1)$

10 Úloha 10

max. 2 body

Jsou dány nerovnice s neznámou $x \in \mathbb{R}$.
$2x - 1 < -3$
$\underline{3x + 10 > 1}$
Vyřešte soustavu obou nerovnic a výsledek zapište intervalem.
[novamaturita.cz]

Řešení

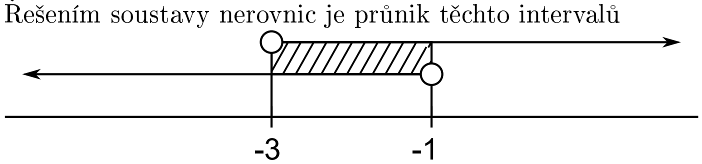
$$\begin{aligned} 2x-1 &< -3 \\ 2x &< -2 \\ x &< -1 \end{aligned}$$

$x \in (-\infty; -1)$

a současně:

$$\begin{aligned} 3x + 10 &> 1 \\ 3x &> -9 \\ x &> -3 \end{aligned}$$

$x \in (-3; +\infty)$
Řešením soustavy nerovnic je průnik těchto intervalů



$x \in (-\infty; -1) \cap (-3; +\infty) = (-3; -1)$

11 Úloha 11

max. 2 body

V oboru $\mathbb{R}$ řešte:.
$\log 0,1 + \log(2x) = 1$
[novamaturita.cz]

Řešení

Podmínky logaritmu, nebo-li D_f:

$$\begin{aligned} 2x &> 0 \\ x &> 0 \end{aligned}$$

$1 = \log_{10} 10$
$10^1 = 10$

$$\begin{aligned} \log 0,1 + \log(2x) &= 1 \\ \log(0,1 \cdot 2x) &= 1 \\ \log(0,2x) &= \log 10 \\ 0,2x &= 10 \\ x &= \frac{10}{0,2} \\ x &= 50 \end{aligned}$$

Naše řešení $x = 50$ vyhovuje podmínkám logaritmu.

12 Úloha 12

max. 2 body

Určete souřadnice bodu $P[x; y]$, v němž se protínají grafy funkcí f a g :
f: $y = 2x - 9$
g: $y = 3 - 2x$
[novamaturita.cz]

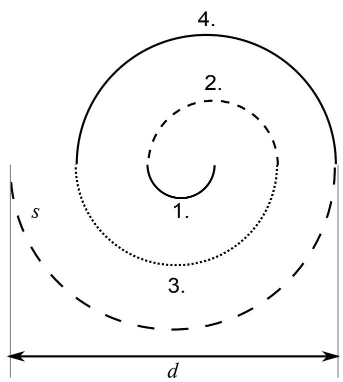
Řešení

Průsečík je bod, který vyhovuje (náleží) oběma přímkám. Najdeme ho řešením soustavy rovnic:

$y = 2x - 9$
$\underline{y = 3 - 2x}$
$3 - 2x = 2x - 9$
$-4x = -12$
$x = 3$
$y = 2x - 9$
$y = 2 \cdot 3 - 9$
$y = 6 - 9$
$y = -3$
$P[3; -3]$

13 Úloha 13

max. 1 bod



(CERMAT)

V zámecké dlažbě byla vytvořena spirála, jejíž část je znázorněna na obrázku. Spirála je složena z 15 navazujících různobarevných půlkružnic. Délka první půlkružnice je $a_1 = 22$ dm a každá následující půlkružnice je o 22 dm delší.

Vypočítejte délku a_3 třetí půlkružnice.

[novamaturita.cz]

Řešení

Půlkružnice tvoří aritmetickou posloupnost s diferencí $d = 22$.

$a_1 = 22$
$a_2 = a_1 + d = 22 + 22 = 44$
$a_3 = a_2 + d = 44 + 22 = 66$ dm
Mohly bychom počítat i podle vzorce:
$a_n = a_1 + (n - 1)\, d$
$a_3 = 22 + (3 - 1) \cdot 22$
$a_3 = 22 + 2 \cdot 22$
$a_3 = 66$ dm

14 Úloha 14

max. 2 body

Uveďte v metrech délku s celé spirály. (Na obrázku je zobrazena pouze část spirály.)

[novamaturita.cz]

Řešení

V celé spirále je 15 půlkružnic. Jde tedy o součet aritmetické posloupnosti s_{15}.

$s_n = \frac{n}{2} \cdot (a_1 + a_n)$
$s_{15} = \frac{15}{2} \cdot (a_1 + a_{15})$
$a_n = a_1 + (n-1)\,d$
$a_{15} = 22 + (15-1) \cdot 22 = 22 + 14 \cdot 22 = 330$
$s_{15} = \frac{15}{2} \cdot (22 + 330) = \frac{15}{2} \cdot 352 = 15 \cdot 176 = 2640$ dm
Délka spirály v metrech je 264 m.

15 Úloha 15

max. 2 body

Poslední půlkružnice spirály měří 33 m.

Uveďte v celých metrech průměr d této půlkružnice. (Na obrázku je zobrazena pouze část spirály.)

[novamaturita.cz]

Řešení

Známe polovinu obvodu.
$o = 2 \cdot 33 = 66$ m

$$\begin{aligned} o &= 2\Pi r \\ o &= \Pi d \\ 66 &= 3,14d \\ d &= \frac{66}{3,14} \\ d &= 21,01 \end{aligned}$$

$d \doteq 21$ m

16 Úloha 16

max. 2 body

U každé z následující čtveřice čísel určete, tvoří-li geometrickou posloupnost (ANO), či nikoli (NE):

[novamaturita.cz]

16.1 $(4; 2; -2; -4)$

Řešení

Např. z prvních dvou členů vypočítáme případný kvocient q. Pokud by se mělo jednat o geometrickou posloupnost, musí tento kvocient "sedět" i na další členy posloupnosti.

$a_{n+1} = a_n \cdot q$
$q = \frac{a_{n+1}}{a_n}$
$q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$
$a_3 = a_2 \cdot q$
$a_3 = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1 \neq -2$
Odpověď: NE

16.2 $(1; 4; 16; 64)$

Řešení

$q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{4}{1} = 4$
$a_3 = a_2 \cdot q = 4 \cdot 4 = 16$
$a_4 = a_3 \cdot q = 16 \cdot 4 = 64$
Odpověď: ANO

16.3 $(8; -4; 2; -1)$

Řešení

$q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{-4}{8} = -\frac{1}{2}$
$a_3 = a_2 \cdot q = -4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 2$
$a_4 = a_3 \cdot q = 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$
Odpověď: ANO

16.4 $(0; 4; 8; 12)$

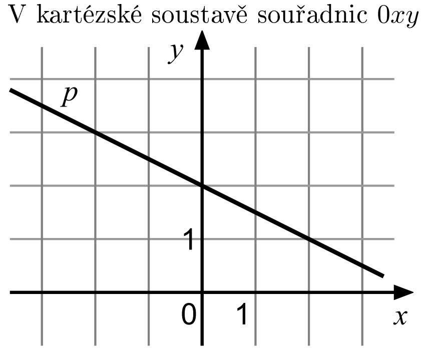
Řešení

$a_{n+1} = a_n \cdot q$
$a_2 = a_1 \cdot q$
$a_2 = 0 \cdot q = 0 \neq 4$
Odpověď: NE

17 Úloha 17

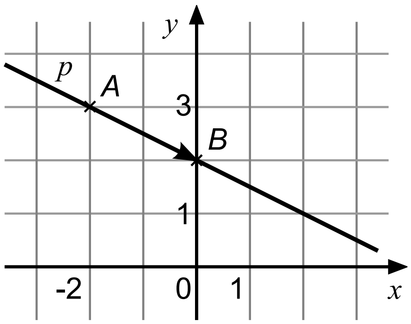
max. 2 body

V kartézské soustavě souřadnic $0xy$ je umístněna přímka p.



(CERMAT)
Která rovnice určuje přímku p?
A) $2x - y + 2 = 0$
B) $x - 2y + 4 = 0$
C) $x - 4y - 2 = 0$
D) $x + 2y - 4 = 0$
E) $2x + y - 2 = 0$
[novamaturita.cz]

Řešení



Možných způsobů řešení je více. Asi nejjednodušší možností je, si uvědomit, že přímka prochází například těmito dvěma body $A[-2;3]$ a $B[0;2]$. Pokud je rovnice rovnicí přímky p, musí rovnice být pravdivá po dosazení bodu A a B.

A) $2x - y + 2 = 0$ dosadíme do rovnice bod $A[-2;3]$
$2 \cdot (-2) + 2 = 0$
$-4 + 2 = 0$
$-2 \neq 0$
$A \notin p$
Tato rovnice není přímkou p.

B) $x - 2y + 4 = 0$ dosadíme do rovnice bod $A[-2;3]$
$-2 - 2 \cdot 3 + 4 = 0$
$-2 - 2 \cdot 3 + 4 = 0$
$-2 - 6 + 4 = 0$
$-4 \neq 0$
$A \notin p$
Tato rovnice není přímkou p.

C) $x - 4y - 2 = 0$ dosadíme do rovnice bod $A[-2;3]$
$-2 - 4 \cdot 3 - 2 = 0$
$-14 \neq 0$
$A \notin p$
Tato rovnice není přímkou p.

D) $x + 2y - 4 = 0$ dosadíme do rovnice bod $A[-2;3]$
$-2 + 2 \cdot 3 - 4 = 0$
$0 = 0$
$A \in p$
dosadíme do rovnice bod $B[0;2]$
$0 + 2 \cdot 2 - 4 = 0$
$0 = 0$
$B \in p$
Tato rovnice je přímkou p.

E) $2x + y - 2 = 0$ dosadíme do rovnice bod $A[-2;3]$
$2 \cdot (-2) + 3 - 2 = 0$
$-3 \neq 0$
$A \notin p$
Tato rovnice není přímkou p.

Jiný způsob řešení: Šlo by také postupovat tak, že bychom například určili směrový vektor $\overrightarrow{AB} = B - A = (2; -1)$. V obecné rovnici máme normálový vektor. Normálový vektor $\overrightarrow{n}$ vytvoříme jednoduše ze směrového tak, že souřadnice prohodíme a u jedné změníme znaménko. $\overrightarrow{n} = (1; 2)$. V obecné rovnici $ax + by + c = 0$ jsou koeficienty a a b souřadnicemi normálového vektoru (pozn. může jít i o libovolný násobek našeho vektoru $\overrightarrow{n}$, např. s opačnými znaménky). Tomuto požadavku vyhovuje pouze varianta D) $x + 2y - 4 = 0$. Nyní víme, že tato přímka je rovnoběžná s naším vektorem, nemusí být však shodná. Proto musíme ještě ověřit bod, např. $B[0; 2]$ dosazením do přímky. Dosadíme do rovnice bod $B[0; 2]$

$0 + 2 \cdot 2 - 4 = 0$

$0 = 0$

$B \in p$

Tato rovnice je přímkou p. Jde o variantu D).

18 Úloha 18

max. 2 body

Délky stran trojúhelníku jsou 8 cm, 9 cm a 13 cm. Podobný trojúhelník má obvod o 15 cm větší.

Určete délku nejdelší strany podobného trojúhelníku.

A) 20 cm
B) 19,5 cm
C) 19 cm
D) 18 cm
E) žádná z uvedených
[novamaturita.cz]

Řešení

Podobný trojúhelník bude mít strany $8k$, $9k$, $13k$. Kde k je koeficient podobnosti.

Obvod původního trojúhelníku je:

$o = 8 + 9 + 13 = 30$ cm

Podobný troúhelník má obvod o 15 cm větší. Tedy:

$$\begin{aligned} o + 15 &= a + b + c \\ 30 + 15 &= 8k + 9k + 13k \\ 45 &= 30k \\ k &= \frac{45}{30} \\ k &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

Nejdelší strana je:

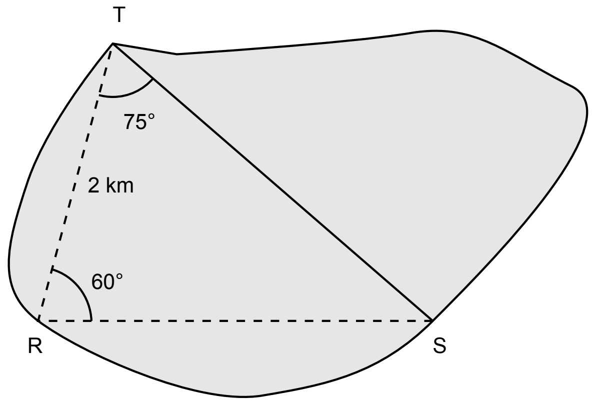
$13k = 13 \cdot \frac{3}{2} = \frac{39}{2} = 19,5$ cm.

Odpověď: B)

19 Úloha 19

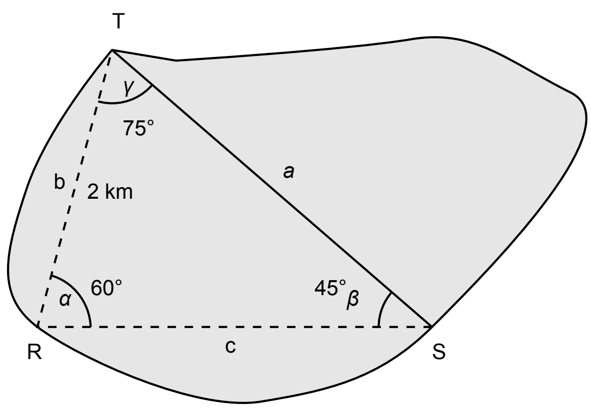
max. 2 body

Pozemek zakreslený v plánku má být rozdělen rovnou hranisí ST na dvě části.



(CERMAT)
Určete s přesností na desítky metrů délku hranice ST.
A) $|ST| = 2\,230$ m
B) $|ST| = 2\,450$ m
C) $|ST| = 2\,630$ m
D) $|ST| = 2\,800$ m
E) $|ST| = 3\,010$ m
[novamaturita.cz]

Řešení



$\beta = 180^\circ - \alpha - \gamma = 180^\circ - 60^\circ - 75^\circ = 45^\circ$
Použijeme sinovou větu:

$$\begin{aligned}
\frac{a}{\sin\alpha} &= \frac{b}{\sin\beta} \\
\frac{a}{\sin 60^\circ} &= \frac{2}{\sin 45^\circ} \\
a &= \frac{2}{\sin 45^\circ} \cdot \sin 60^\circ \\
a &= |ST| = \frac{2}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2 \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{\frac{3}{2}} = 2449,5 \doteq 2450\,\mathrm{m}
\end{aligned}$$

Odpověď: B)

20 Úloha 20

max. 2 body

V uzavřeném skleněném kvádru s hranami délek 30 cm, 60 cm a 80 cm je obarvená kapalina. Postavíme-li kvádr na stěnu s rozměry 30 cm × 60 cm, dosáhne kapalina do výšky 40 cm.

V jaké výšce bude hladina kapaliny, postavíme-li kvádr na stěnu s rozměry 30 cm × 80 cm?

Tloušťku stěn kvádru neuvatujeme.

A) 20 cm

B) 25 cm

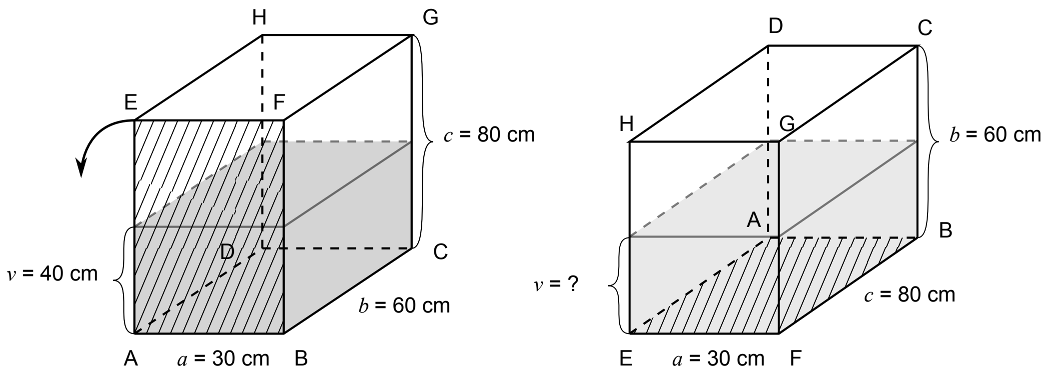
C) 30 cm

D) 35 cm

E) v jiné výšce

[novamaturita.cz]

Řešení



Když si uvědomíme, že hladina sahá před překlopením přesně do $\frac{1}{2}$ výšky, tak nám musí být jasné, že voda “zabírá” přesně polovinu kvádru. Ať kvádr překlopíme na jakoukoli stranu, vždy bude hladina v polovině aktuální výšky kvádru. Vždy bude kapalina tvořit $\frac{1}{2}$ objemu kvádru. Když dojde k překlopení na stěnu 30 cm × 80 cm, musí být výška kvádru 60 cm, tedy hladina bude tvořit $\frac{1}{2}$ z 60 cm, tj. výška hladiny bude 30 cm.

Můžeme postupovat i “vědecky” a spočítat objem kapaliny.

$V = a \cdot b \cdot v = 30 \cdot 60 \cdot 40 = 72\,000\ \text{cm}^3$.

Objem kapaliny se překlopením nezmění. Proto po překlopení:

$$\begin{aligned} V &= a \cdot c \cdot v \\ 72\,000 &= 30 \cdot 80 \cdot v \\ \frac{72\,000}{30 \cdot 80} &= v \\ v &= 30\,\text{cm} \end{aligned}$$

Odpověď: C)

21 Úloha 21

max. 2 body

Cesta prochází několika křižovatkami. Na každé křižovatce je možné zahnout doleva (L), doprava (P), nebo pokračovat v přímém směru (S). Průjezd dvěma křižovatkami je možné zapsat dvojicí znaků, např. PP, SL apod.

Kolika způsoby může auto projet kvěma křižovatkami?

A) 9

B) 8

C) 6

D) 5

E) 4

[novamaturita.cz]

Řešení

Máme 3 možnosti jak projet první křižovatku. Ke každé možnosti máme další 3 možnosti jak projet druhou křižovatku. Počet možností můžeme spočítat kombinatorickým pravidlem součinu:

$3 \cdot 3 = 9$

Další možnost je, že si uvědomíme, že vybíráme dva znaky ze tří znaků (L, P, S) s tím, že záleží na pořadí a znaky se mohou opakovat. Jedná se tedy o variace s opakováním.

$V'(k, n) = n^k$

$V'(k, n) = V'(2, 3) = 3^2 = 9$

Odpověď: A)

22 Úloha 22

max. 2 body

Podle jízního řádu má být vlak za 10 minut ve stanici. K nádraží mu zbývá 32 km jízdy. Vlak za každé 2 minuty ujede 3 kilometry kromě posledního dvoukilometrového úseku, který mu trvá 5 minut.

Jaké předpokládané zbozdění se objeví na nádražní informační tabuli?

A) žádné zpoždění
B) 5 minut
C) 10 minut
D) 15 minut
E) jiné zpoždění

[novamaturita.cz]

Řešení

Celkem má vlak ujet 32 km, z toho poslední 2 km mu budou tvrat 5 minut. Dráhu si rozdělíme na prvních 30 km a posledních 2 km. Nevíme, jak dlouho nám bude trvat prvních 30 km. Můžeme danou věc vyřešit podle fyzikálního vzorce: $s = v \cdot t$. Snáze se nám to bude ale řešit trojčlenkou:

2 min ... 3 km
x min ... 30 km

$$\begin{aligned} \frac{x}{2} &= \frac{30}{3} \\ x &= 10 \cdot 2 \\ x &= 20\,\mathrm{min} \end{aligned}$$

Nebo-li, když 2 minuty jedeme 3 km, tak 30 km pojedeme 10× déle, tedy 20 min.

Takže celkem 32 km pojedeme $t = 20 + 5 = 25$ min.

Vlak má být ve stanici za 10 min, bude tam ale za 25 min. Bude mít tedy $25 - 10 = 15$ min. zpoždění.

Odpověď: D)

23 Úloha 23

max. 2 body

Eva má hotovost 450 000 Kč a peněžní ústav jí nabízí roční termínový vklad s 3% roční úrokovou mírou. Před vyzvednutím částky se z úroku odpočítá státem stanovená daň ve výši 15 %.

Kolik korun bude z tohoto ročního termínovaného vkladu odvedeno na daních?

A) 13 500 korun
B) 2 250 korun
C) 2 025 korun
D) 1 000 korun
E) jiná suma
[novamaturita.cz]

Řešení

Vypočteme úrok u ve výši 3 %
$u = \frac{K}{100} \cdot p = \frac{450\,000}{100} \cdot 3 = 13\,500$ Kč
Daň ve výši 15 % bude:
$d = \frac{13\,500}{100} \cdot 15 = 2\,025$ Kč.
Odpověď: C)

24 Úloha 24

max. 2 body

Divadlo nabízí pro každé představení celkem 220 vstupenek po 300 korunách a 80 vstupenek po 500 korunách. Během deseti představení bylo šestkrát zcela vyprodáno a čtyřikrát se neprodala polovina dražších lístků.

Jaká je průměrná tržba na jedno z deseti představení?
A) 98 000 Kč
B) 97 000 Kč
C) 96 000 Kč
D) 95 000 Kč
E) jiná tržba
[novamaturita.cz]

Řešení

$\text{celková tržba} = 6 \cdot (220 \cdot 300 + 80 \cdot 500) + 4 \cdot (220 \cdot 300 + \frac{80}{2} \cdot 500) = 6 \cdot 106\,000 + 4 \cdot 86\,000 = 980\,000$ Kč
$\text{průměrná tržba} = \frac{\text{celková tržba}}{\text{počet představení}} = \frac{980\,000}{10} = 98\,000$ Kč
Odpověď: A)

25 Úloha 25

max. 4 body

Ve fincentru si vedou měsíční statistiky. Dvě pětiny návštěvníků chodí do fitcentra alespoň dvakrát týdně, osmina z nich dokonce denně. Čtvrtina návštěvníků chodí jedenkrát týdně. Každá dvacátá osoba se po první návštěvě fitcentra víckrát nevrátí. Zbytek návštěvníků chodí několikrát do měsíce, ale nepravidelně.

Přiřaďte ke každé otázce (25.1 - 25.4) odpovídající výsledek (A - F):
A) 5 %
B) 25 %
C) 30 %
D) 40 %
E) 65 %
F) jiná hodnota
[novamaturita.cz]

Řešení

Rekapitulace:

$\frac{2}{5}$ alespoň 2×týdně
$\frac{1}{8}$ z těch, co chodí 2×týdně, tak chodí denně (POZOR, nikoli $\frac{1}{8}$ z celkového počtu!)
$\frac{1}{4}$ 1×týdně
každá 20. osoba se nevrátí, tzn. byla pouze 1×, tj. $\frac{1}{20}$ zákazníků (5 ze 100, 20., 40., 60., 80., 100. zákazník)
zbytek nepravidelně několikrát do měsíce

25.1 Kolik procent návštěvníků chodí do fitcentra alespoň dvakrát týdně?

Řešení

$\frac{2}{5}$ zákazníků chodí alespoň 2×týdně.
$\frac{2}{5} \cdot 100 = 0,4 \cdot 100 = 40\,\%$
Odpověď: D)

25.2 Kolik procent návštěvníků chodí do fitcentra denně?

Řešení

$\frac{1}{8}$ zákazníků z těch, co chodí 2×týdně, tak chodí denně
$\frac{1}{8} \cdot \frac{2}{5} \cdot 100 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} \cdot 100 = 0,05 \cdot 100 = 5\,\%$
Odpověď: A)

25.3 Kolik procent návštěvníků chodí do fitcentra pravidelně?

Řešení

$\frac{2}{5}$ alespoň 2×týdně
$\frac{1}{4}$ 1×týdně
celkem chodí pravidelně:
$\frac{2}{5} + \frac{1}{4} = \frac{8+5}{20} = \frac{13}{20}$ zákazníků chodí pravidelně, co je $\frac{13}{20} \cdot 100 = 0,65 \cdot 100 = 65\,\%$
Odpověď: E)

25.4 Kolik procent návštěvníků chodí do fitcentra několikrát do měsíce, ale nepravidelně?

Řešení

Pravidelně chodí 65 %. Nepravidelně tedy musí chodit zbytek, tj.
$100\,\% - 65\,\% = 35\,\%$

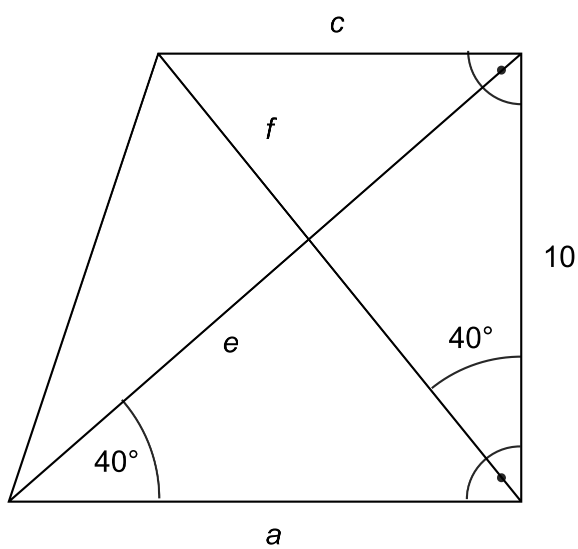
Z těch, co chodí nepravidelně někteří navštíví fitcentrum pouze 1 × a už se nevrátí a někteří se vrátí (tj. chodí několikrát do měsíce). Nevrátí se každý 20. návštěvník, tj. $\frac{1}{20}$ zákazníků. Nevrátí se $\frac{1}{20} \cdot 100 = 5\,\%$ ze všech zákazníků.

Celkem chodí nepravidelě, ale několikrát do měsíce $35\,\% - 5\,\% = 30\,\%$ zákazníků.
Odpověď: C)

26 Úloha 26

max. 3 body

V pravoúhlém lichoběžníku jsou uvedeny úhly, které svírají úhlopříčky se dvěma sousedními stranami, a délka jedné strany.



(CERMAT)
Přiřaďte daným úsečkám (26.1-26.3) jejich délky (A-E)
A) $10 \cdot \sin 40^\circ$
B) $\frac{10}{\sin 40^\circ}$
C) $\frac{10}{\cos 40^\circ}$
D) $10 \cdot \tan 40^\circ$
E) $\frac{10}{\tan 40^\circ}$
[novamaturita.cz]

26.1 26.1 strana a

Řešení

$$\begin{aligned} \tan 40^\circ &= \frac{10}{a} \\ a &= \frac{10}{\tan 40^\circ} \end{aligned}$$

Odpověď: E)

26.2 26.2 strana c

Řešení

$$\begin{aligned} \tan 40^\circ &= \frac{c}{10} \\ c &= 10 \cdot \tan 40^\circ \end{aligned}$$

Odpověď: D)

26.3 26.3 úhlopříčka f

Řešení

$$\begin{aligned} \cos 40^\circ &= \frac{10}{f} \\ f &= \frac{10}{\cos 40^\circ} \end{aligned}$$

Odpověď: C)

Reference

[novamaturita.cz] Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání (CERMAT), 2011. Www.novamaturita.cz : Maturitní testy a zadání 2011 [online]. 2011 [cit. 2011-07-11]. Oficiální stránky nové maturitní zkoušky. Dostupné z WWW: <http://www.novamaturita.cz/sada-a-1404035223.html>.